حل معادلتين فى متغيرين

أوجد جبرياً م.ح

[1] ٢س − ص = ١٠ ، ٣س + ص = ٥

بالجمع

٥س = ١٥

س = ٣

بالتعويض فى (٢)

٦ + ص = ٥

ص = ٥ − ٦ ∴ ص = −١

م.ح = {(٣ ، −١)}

[2] س + ٢ص = ٩ ، ٢س + ص = ٨

بضرب الأولى × −٢

−٢س − ٤ص = −١٨

٢س + ص = ٨

بالجمع

−٣ص = −١٠

∴ ص = ٢

بالتعويض فى (١)

س + ٤ = ٩

س = ٥

م.ح = {(٥ ، ٢)}

[3] ٢س − ص = ٤ ، ٣س + ٢ص = ٢٤

بضرب (١) × ٢

٤س − ٢ص = ٨

٣س + ٢ص = ٢٤

بالجمع

٧س = ٣٢

س = ٤

بالتعويض فى (٢)

٦ + ص = ٨

ص = ٢

م.ح = {(٤ ، ٢)}

[4] س/٢ + ص/٣ = ٦ ، س − ص = ٢

بضرب (١) × ٦

٣س + ٢ص = ٣٦

بضرب (٢) × ٢

٢س − ٢ص = ٤

بالجمع

٥س = ٤٠

س = ٨

بالتعويض فى (٢)

٨ − ص = ٢

ص = ٦

م.ح = {(٨ ، ٦)}

$س = ٨ \leftarrow س^{\frac{٢}{٣}} = ٤$

بالتعويض فى ②

$ص = ٢ = ٨ - ص \leftarrow ص = ٨ - ٢$

$ص = ٦ \leftarrow$

$ق.م = ق(٨، ٦)$

---

② $ص^٢ - ٢ص = ٧ \quad ، \quad ص^٣ + ٢ص = ٤$

بالحل

بضرب ① × ٢ ، وثانية × ٣

$٤ص - ٦س = ١٤ \leftarrow$ ④

$٩ص + ٦س = ١٢ \leftarrow$ ⑤

بالجمع

$١٣ص = ٢٦ \leftarrow ص = ٢$

بالتعويض فى ④

$٦ + ٢س = ٤ \leftarrow ٢س = -٢ \leftarrow س = -١$

$س = -١$ ، $ق.م = ق(-١، ٢)$

---

③ اذا كانت $د(س) = ٢س^٣ + ب س + ٤$ وكانت

$د(١) = ٥$ ، $د(٢) = ١١$ فاوجد $ق، ب$

الصورة ١

بالحل

$د(١) = ٥ \leftarrow ٥ = ٢ + ب + ق \leftarrow$ ④

$د(٢) = ١١ \leftarrow ١١ = ١٦ + ٢ب + ق \leftarrow$ ⑤

بطرح ④ من ⑤

$٣ب = ٦ \leftarrow ب = ٢$

$ق = ٥$

بالتعويض فى ① ٢ + ب = ٥ ⟵ ب = ٣

طريقة التعويض

① حل المعادلتين س + ٢ص = ٤ ، ٢س + ص = جـ

من الأولى ⟵ س = ٤ − ٢ص بالتعويض فى ②

٢(٤ − ٢ص) + ص = جـ

٨ − ٤ص + ص = جـ

−٣ص = جـ − ٨ ، −٣ص = −١٠

∴ ص = ٢ بالتعويض فى ①

∴ س = ٤ − ٦ ⟵ س = −٢

∴ م.ع = {(−٢، ٢)}

② ص = ٢س + ٣ ، ٢س − ص + ٤ = ٠

الحل

من الأولى بالتعويض فى الثانية

٣س − ٢س − ٣ + ٤ = ٠

س + ١ = ٠ ⟵ س = −١

بالتعويض فى ①

ص = −٢ + ٣ ⟵ ص = ١

م.ع = {(−١، ١)}

سبحان الله والحمد لله سبحان الله العظيم

مساحة المستطيل = مربع الأول + الأول × الثانى × ٢ + مربع الثانى

حل المعادلات بيانياً

لإيجاد بيانياً م.ح للمعادلتين

س − ص = ٤ ، ٢س + ص = ٨

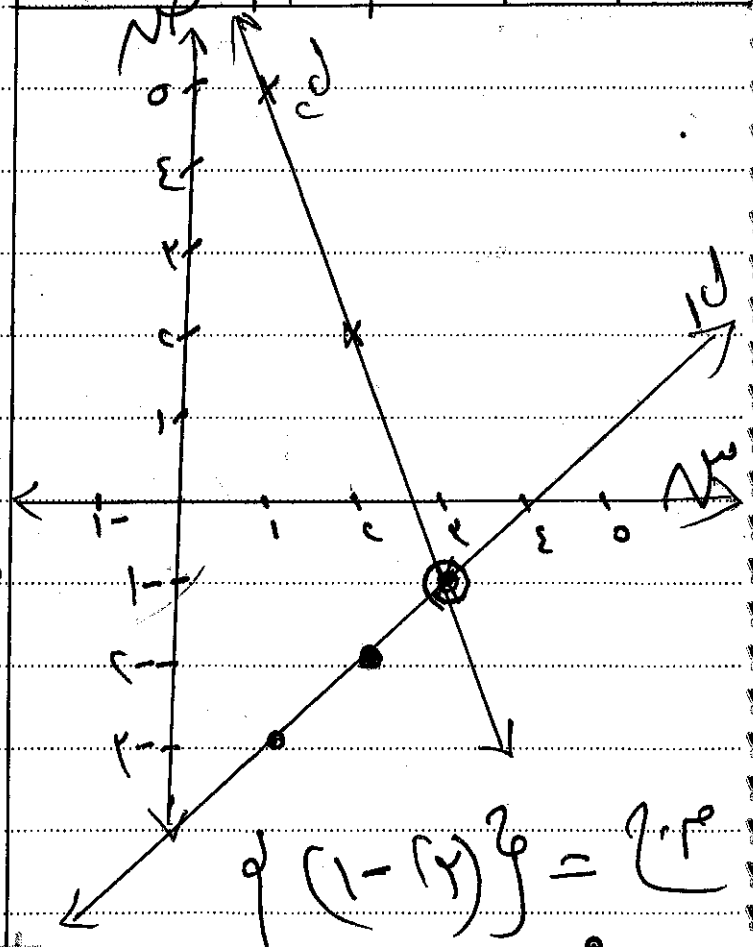
الحل

* س − ص = ٤

س	١	٢	٢
ص	−٢	−٢	−١

* ٢س + ص = ٨

س	١	٢	٢
ص	٥	٢	−١



م.ح = {(٢، −١)}

حالات التعيين

* تعيين متقاطعين
يوجد حل وحيد

* تعيين متوازيين
لا يوجد حل
م.ح = ∅
م١ = م٢ ، واكبر الطلقة مختلفة

مثل

٢س − ٢ص = ٥ ، ٢س − ٢ص = ٧

متوازيين

* تعيين منطبقين
م١ = م٢ ، واكبر الطلقة متساوية

مثل

س + ٢ص = ٥ ، ٢س + ٤ص = ١٠

منطبقين

يوجد عدد لا نهائي من الحلول

انتهت الحصة

حل المعادلات فى متغيرين

مثال ١

عددان اذا اضيف ثلاثة امثال الاول الى ضعف الثانى كانت الناتج ٢ واذا اضيف الاول الى ثلاثة امثال الثانى كانت الناتج ١٠ فما العددان

الحل

نفرض ان العددين هما س ، ص

$٣س + ٢ص = ٢$ ← (١)

$س + ٣ص = ١٠$ ← (٢)

نضرب المعادلة الثانية فى (-٣) ثم نجمع

$-٣س - ٩ص = -٣٠$ ← (٣)

$٣س + ٢ص = ٢$ ← (١)

$\therefore -٧ص = -٢٨$ ⟸ $\boxed{ص = ٤}$

بالتعويض فى الثانية

$س + ٣ \times ٤ = ١٠$ ⟸ $\boxed{س = -٢}$

∴ العددان هما -٢ ، ٤

مثال ٢ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤ سم ومحيطه ٢٨ سم اوجد مساحة المستطيل

الحل

نفرض ان العرض س ، الطول ص

★ $ص - س = ٤$ ← (١)

★ $٢(ص + س) = ٢٨$ ← (٢)

$\therefore ص + س = ١٤$ ← (٣)

∴ ٢ ص = ١٨ ⟵ ص = ٩

بالتعويض فى (١)

س + ٩ = ١٤ ⟵ س = ٥

ط ا ص = الطول × العرض

= ٩ × ٥ = ٤٥ سم٢

مثال ٣ زاويتان متكاملتان قياس أحدهما يساوى سبعة أمثال قياس الزاوية الأخرى أوجد قياس كل زاوية

الحل

نفرض أن الزاويتين هما

س ، ص

س + ص = ١٨٠ ⟵ (١)

٢ س = ٧ ص ⟵ (٢)

بضرب (١) × -٢

-٢ س - ٢ ص = -٣٦٠

٢ س - ٧ ص = صفر

-٩ ص = -٣٦٠

ص = ٤٠

بالتعويض فى (١)

س + ٤٠ = ١٨٠

س = ١٤٠°

مثال ٤ عدد مكون من رقمين مجموع رقميه يساوى ٩ إذا عكس رقماه زاد العدد بمقدار ٩ أوجد هذا العدد

الحل

نفرض أن رقم الآحاد س

" " " العشرات ص

س + ص = ٩ ⟵ (١)

ص - س = ٩ ⟵ (٢)

من (١) و (٢)

ص = ٢ س ⟵ (٣)

بالتعويض فى (٢)

٢ س - س = ٩

س = ٩

بالتعويض فى (٣)

ص = ٨

∴ العدد هو ٨٩

مثال ٥ اذا كان مجموع عمرى أحمد وأسامه الآن ٤٢ سنه وبعد ٥ سنوات يكون العمر بينهما يساوى ٢ سنوات أوجد عمر كلاً منهما بعد ٧ سنوات

الحل

نفرض ان عمر أحمد الآن س
" " " أسامه الآن ص

$س + ص = ٤٢$ ← (١)

بعد ٥ سنوات

$(س + ٥) - (ص + ٥) = ٢$

$س + ٥ - ص - ٥ = ٢$

$س - ص = ٢$ ← (٢)

بالجمع

$٢س = ٤٦$

$س = ٢٣$

بالتعويض فى (١)

$٢٣ + ص = ٤٢$

$ص = ١٩$

∴ عمر أحمد بعد ٧ سنوات = ٣٠ سنه

عمر أسامه = ٢٧ سنه

مثال ٦ اذا كان ثمن أربع أقلام وكتابين ٢٢ جنيه واذا زاد عدد الأقلام ٣ وقل عدد الكتب كتاباً واحداً صار الثمن ٢٤ جنيه أوجد ثمن القلم والكتاب

الحل

نفرض ان ثمن القلم س
" " " الكتاب ص

$٤س + ٢ص = ٢٢$

بالقسمة على ٢

$٢س + ص = ١١$ ← (١)

$٥س + ص = ٢٤$ ← (٢)

بضرب الأولى × (-١)

$-٢س - ص = -١١$

$٥س + ص = ٢٤$

$٣س = ٩$

$س = ٣$ جنيه

بالتعويض فى (١)

$٦ + ص = ١١$

$ص = ٥$ جنيه

مثال (٧) عدد مكون من رقمين مجموعهما ١١ واذا عكس وضع الرقمين نتج عدد يزيد عن العدد الاصلى بمقدار ٢٧ فما العدد الاصلى

الحل

نفرض ان رقم الآحاد س ، رقم العشرات ص

* $س + ص = ١١$ ← (١)

العدد = $س + ١٠ ص$ واذا عكس وضع الرقمين

العدد الناتج هو $ص + ١٠ س$

* $ص + ١٠ س - (س + ١٠ ص) = ٢٧$

$ص + ١٠ س - س - ١٠ ص = ٢٧$

$٩ س - ٩ ص = ٢٧$ بالقسمة على ٩

$س - ص = ٣$ ← (٢)

بجمع (١) ، (٢)

$٢ س = ١٤$ ← $س = ٧$

بالتعويض فى (١)

$٧ + ص = ١١$ ← $ص = ٤$

∴ العدد هو ٤٧

مثال (٨) مستطيل محيطه ٤ سم واذا نقص طوله ٤ سم وزاد عرضه ٢ سم صار مربعاً اوجد مساحة المربع

الحل

نفرض ان الطول س ، العرض ص

$٢ (س + ص) = ٤$ ← $س + ص = ١٢$

$س = ٤ - ص$ طول المربع = عرضه

$٢ + ص = ٤ - س$

$س - ص = ٦$ ← ج

$س + ص = ١٢$ ← ١

بجمع ١ ، ج

$٢س = ١٨$ ← $س = ٩$

بالتعويض فى ١

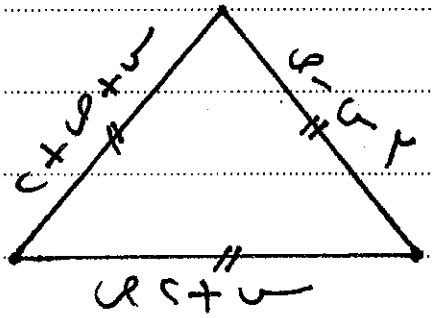
$٩ + ص = ١٢$ ← $ص = ٣$

ص ، ل

$= ٥^{٢} = ٢٥$ ← ج

مثال ٩ : أوجد محيط المثلث المقابل

إذا كان مساحته تساوى ٢ وحدة مربعة



$\star$ $٢س - ص = ص + س + ٤$

$٢س - ٢ص = ٢$ بالقسمة ٢

$س - ص = ١$ ← $س = ص + ١$ ١

$\star$ $٢س - ص = ص + س + ٢$

$٢س - س - ٢ص = ص$ ← ج

$س - ٢ص = ص$ ← ج

بالتعويض من ١ فى ج

$(ص + ١) - ٢ص = ص$

$ص^{٢} + ٢ص + ١ - ٢ص = ص$

$ص^{٢} - ص = ٠$ ← $ص = ٢$

بالتعويض فى ١

$س = ٢ + ١$ ← $س = ٣$

∴ محيط المثلث $= ٢ + ٣ + ٢ = ٧$

تابع حل المعادلات فى متغيرين

الدرس الرابع

حل المعادلتين

① $س + ص = ١$ ، $س^{٢} + ص^{٢} = ١٢$

الحل

من المعادلة ① $س = ١ - ص$

بالتعويض فى ②

$(١ - ص)^{٢} + ص^{٢} = ١٢$

$١ - ٢ص + ص^{٢} + ص^{٢} - ١٢ = صفر$

$٢ص^{٢} - ٢ص - ١٢ = صفر$ ÷ ٢

$ص^{٢} - ص - ٦ = صفر$

$(ص - ٣)(ص + ٢) = صفر$

$ص = ٣$ | $ص = -٢$

بالتعويض فى ①

$س = ١ - ٣ = -٢$ | $س = ١ + ٢ = ٣$

∴ مج = {(٣، -٢)، (-٢، ٣)}

② $ص - س = ٢$ ، $٢س^{٢} + س ص = ٤$

الحل

من المعادلة الأولى

$ص = ٢ + س$ بالتعويض فى ②

$٢س^{٢} + س(٢ + س) = ٤$

$٢س^{٢} + ٢س + س^{٢} = ٤$

$٣س^{٢} + ٢س - ٤ = ٠$

$(س + ٢)(٣س - ٢) = صفر$

$س = -٢$ | $س = \frac{٢}{٣}$

$ص = ٢ - ٢ = ٠$ | $ص = ٢ + \frac{٢}{٣} = \frac{٨}{٣}$

∴ مج = $\{(-٢، ٠)، (\frac{٢}{٣}، \frac{٨}{٣})\}$

③ $س - ص = ١$ ، $س^{٢} + ص س + ص^{٢} = ٧$

الحل

بالتعويض فى ③ $س = ١ + ص$

$(١ + ص)^{٢} + ص(١ + ص) + ص^{٢} = ٧$

$١ + ٢ص + ص^{٢} + ص + ص^{٢} + ص^{٢} - ٧ = ٠$

$٣ص^{٢} + ٣ص - ٦ = ٠$ ÷ ③

$ص^{٢} + ص - ٢ = ٠$

$(ص + ٢)(ص - ١) = ٠$

بالتعويض فى ① $ص = -٢$ ، $ص = ١$

$س = -١$ ، $س = ٢$

$(-١ ، -٢)$ ، $(٢ ، ١)$

④ $س + ص = ٥$ ، $\frac{س ص}{٦} = ١$

الحل

بالتعويض فى ④ $س = ٥ - ص$ ×٦

$س ص = ٦$ ⟵ $(٥ - ص) ص = ٦$

$٥ص - ص^{٢} - ٦ = ٠$ بالضرب ×-١

$ص^{٢} - ٥ص + ٦ = ٠$

$(ص - ٢)(ص - ٣) = ٠$

$ص = ٢$ | $ص = ٣$

بالتعويض فى ①

$س = ٥ - ٢$ | $س = ٥ - ٣$

$س = ٣$ | $س = ٢$

$(٣ ، ٢)$ ، $(٢ ، ٣)$

⑤ مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٢ سم ومساحته ٨٠ سم^{٢} أوجد محيطه

الحل

نفرض أن الطول س والعرض ص

س − ص = ٢ ⇐ س ص = ٨٠

من ① س = ص + ٢ ← ① بالتعويض فى ②

(ص + ٢) ص = ٨٠ ⇐ ص^{٢} + ٢ص = ٨٠

ص^{٢} + ٢ص − ٨٠ = ٠

(ص + ١٠)(ص − ٨) = ٠

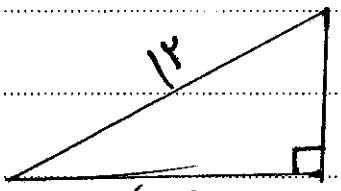
ص = −١٠ مرفوض | ص = ٨ سم

س = ٨ + ٢ = ١٠ سم

المحيط = ٢(س + ص) = ٢(١٠ + ٨) = ٢ × ١٨ = ٣٦ سم

---

⑥ مثلث قائم الزاوية طول وتره ١٣ سم ومحيطه ٣٠ سم أوجد طول ضلعى القائمة



الحل

المحيط

س + ص + ١٣ = ٣٠

س = ١٧ − ص ①

من فيثاغورث

س^{٢} + ص^{٢} = ١٦٩ ← ②

بالتعويض فى ②

∴ (١٧ − ص)^{٢} + ص^{٢} = ١٦٩

٢٨٩ − ٣٤ص + ص^{٢} + ص^{٢} = ١٦٩

٢ص^{٢} − ٣٤ص + ١٢٠ = ٠ ÷ ٢

ص^{٢} − ١٧ص + ٦٠ = ٠

(ص − ١٢)(ص − ٥) = ٠ ∴ ص = ١٢ أو ٥

المعادلة ⇐ س = ١٢ - ١٧ = ٥ أو س = ١٢
∴ الطلبة هم ١٢ ، ٥

---

(٧) إذا كان عمر أحمد يزيد عن ثلاثة أمثال عمر ابنه بأكثر بسنة واحدة ومجموع مربعى عمريهما يزيد عن ثلاثة أمثال حاصل ضرب العمرين بمقدار ١٨١ فما عمر كل منهما الآن

نفرض أن عمر الابن س ، وعمر الأب ص

س = ٢ص + ١ ⟵ ص = س - ١ / ٢

س² + ص² - ٣ س ص = ١٨١ ⟵ ②

بالتعويض من ① فى ②

(٢ص + ١)² + ص² - ٣ ص (٢ص + ١) = ١٨١

٤ص² + ٤ص + ١ + ص² - ٦ص² - ٣ص = ١٨١

ص² + ص - ١٨٠ = ٠

(ص + ١٥)(ص - ١٢) = ٠

ص = -١٥ مرفوضة | ص = ١٢ عمر الأب ١٢ سنة

∴ س = ٢ص + ١ = ٢٥ سنة

★ تذكر أن مجموع مربعى س ، ص هو س² + ص²
لكنه مربع مجموعهما هو (س + ص)²

★ محيط المعين = طول الضلع × ٤
★ مساحة المعين = ½ حاصل ضرب طولى قطريه
★ مساحة المربع = ل² ★ محيط المربع = ٤ل

تمرين

يراد تكوين مبلغ ٨ جنيهات
من ١٢ ورقة مالية بعضها فئة
٢٥ قرشا والآخر فئة ٥٠ قرشا
فكم عدد الأوراق المالية لكل فئة

الحل

* نفرض ان عدد الورقة فئة ٢٥ قرش
* " " " " " ٥٠ "

$$س + ص = ١٢ \quad ①$$

$$٢٥ س + ٥٠ ص = ٨٠٠ \quad ②$$

بقسمة ② ÷ ٢٥ ثم ضرب ① × -١ ← ③

$$س + ٢ ص = ٣٢$$

$$- ص = -١٢$$

$$\boxed{ص = ١١}$$

بالتعويض في ①

$$س + ١١ = ١٢$$

$$\boxed{س = ١}$$

تذكر انه
اوجد مجموعة حل المعادلة
$س^{٢} - ٧ س - ١٨ =$ صفر

الحل

حل معادلة من الدرجة الثانية بالتحليل

$(س + ٢)(س - ٩) = ٠$

$س = -٢$ أو $س = ٩$

م.ح $= \{-٢، ٩\}$

حل المعادلة

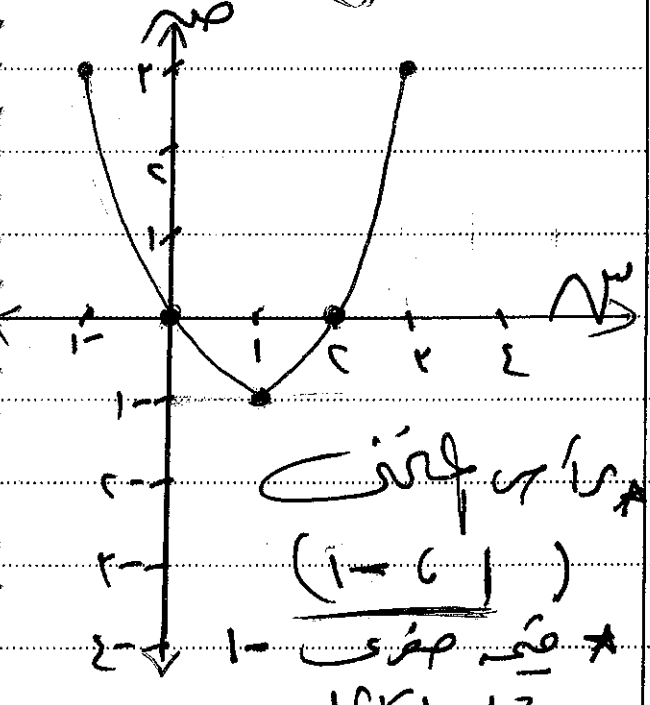
$س^{٢} - ٢ س = ٠$ حيث

تحليل $د(س) = س^{٢} - ٢ س$

في الفترة $[-١، ٣]$

الحل

س	-١	٠	١	٢	٣
ص	٣	٠	-١	٠	٣

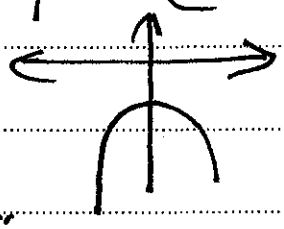


* رأس المنحنى
$(١، -١)$
* قيمة صغرى $= -١$
* خط التماثل $س = ١$

م.ح $= \{٠، ٢\}$

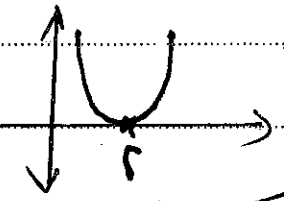
نظرية هامة

* اذا لم يقطع المنحنى محور السينات فإنه م.ح = ∅



* اذا مس المنحنى محور السينات من نقطة واحدة فإنه له وحيد

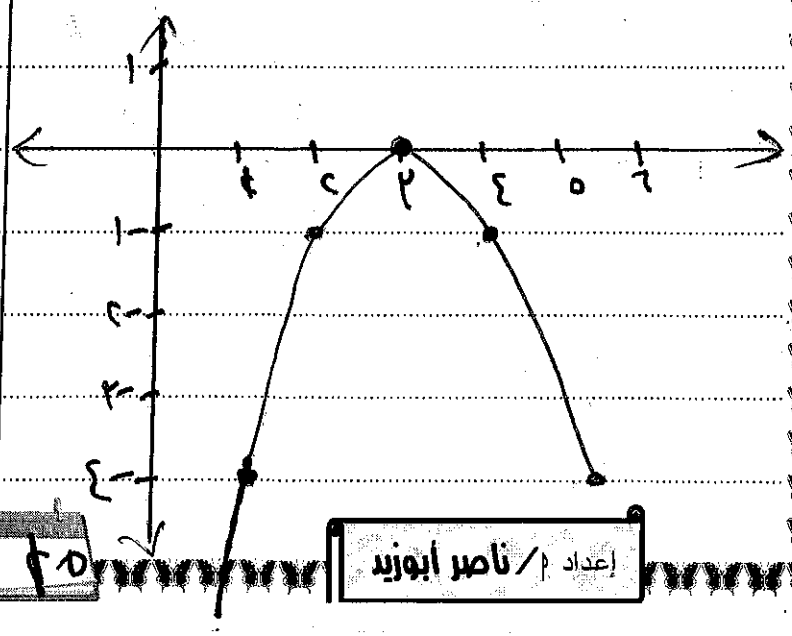
م.ح = {٢}



مثال ٢ ارسم د(س) = ٦س − س² − ٩ في الفترة [٠، ٦] موضحا القيمة العظمى ومجموعة حل المعادلة د(س) = ٠

الحل

س	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
ص	−٩	−٤	−١	٠	−١	−٤	−٩



* م.ح = {٣}
* معادلة خط تماثل س = ٢
* القيمة العظمى هـ ص
* د(٢) = ٣

الحل العام (القانون)

أ س² + ب س + جـ = ٠

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4أجـ}}{2أ}$$

مثال ١ أوجد ح ب استخدام القانون

س² − ٤س + ١ = ٠

مقارنة الناتج بالصورة العامة

أ = ١ ، ب = −٤ ، جـ = ١

$$س = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1}$$

$$س = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$س_1 = \frac{4 + \sqrt{12}}{2} = 3.73$$

$س_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{-12}}{2} = 2 \pm ر$

$\therefore$ م ح $= \{2 + ر، 2 - ر\}$

مثال ٣ طريقة أخرى

$(س-2)^2 - 5 = 0$ ... صورة

$\Leftarrow$

$س^2 - 4س + 4 - 5 = 0$

$س^2 - 4س - 1 = 0$

$أ = 1 ، ب = -4 ، ج = -1$

$س = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$

$= \frac{4 \pm \sqrt{20}}{2}$

$= \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{2}$

$= 2 \pm \sqrt{5}$

$س_1 = 2 + \sqrt{5} = 4.236$

$س_2 = 2 - \sqrt{5} = -0.236$

م ح $= \{4.236، -0.236\}$

مثال ٤ طريقة أخرى

$2س^2 - 4س + 5 = 0$ ... صورة

$\Leftarrow$

$أ = 2 ، ب = -4 ، ج = 5$

$س = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(2)(5)}}{2(2)}$

$= \frac{4 \pm \sqrt{-24}}{4}$

$= 1 \pm \frac{\sqrt{-24}}{4}$

م ح $= \{\}$ أو $\emptyset$

ملاحظة هامة

إذا كان $ب^2 - 4أج$ سالب

فإن م ح $= \emptyset$

مثال ٥

$س^2 - 6س + 9 = 0$ ... صورة

$أ = 1 ، ب = -6 ، ج = 9$

$س = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4(1)(9)}}{2(1)}$

$= \frac{6 \pm \sqrt{0}}{2}$

$= 3 \pm 0$

$س_1 = 3 + 0 = 3$

$س_2 = 3 - 0 = 3$

م ح $= \{3\}$

مثال ٦

$س^2 - 11س + 9 = 0$ ... صورة

$أ = 1 ، ب = -11 ، ج = 9$

$س = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 4(1)(9)}}{2(1)}$

$= \frac{11 \pm \sqrt{85}}{2}$

$س_1 = \frac{11 + \sqrt{85}}{2} = 10.11$

$س_2 = \frac{11 - \sqrt{85}}{2} = 0.89$

م ح $= \{10.11، 0.89\}$

مثال ٧ طريقة أخرى

$س + \frac{1}{س} = 2$

$\times س$

$س^2 + 1 = 2س$

$س^2 - 2س + 1 = 0$

$أ = 1 ، ب = -2 ، ج = 1$

$س = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4(1)(1)}}{2(1)}$

$= \frac{2 \pm \sqrt{0}}{2}$

$= 1 \pm 0$

$س_1 = 1 + 0 = 1$

$س_2 = 1 - 0 = 1$

م ح $= \{1\}$

مثال ٨

$2س^2 - 4س + 5 = 0$ ... صورة

$أ = 2 ، ب = -4 ، ج = 5$

$س = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(2)(5)}}{2(2)}$

$= \frac{4 \pm \sqrt{-24}}{4}$

$= 1 \pm \frac{\sqrt{-24}}{4}$

م ح $= \{\}$ أو $\emptyset$

مثال ٥ حل المعادلة $\frac{٨}{س^{٢}} + \frac{١}{س} = ١$ العدد ١٢

الحل

نفرض أن $س^{-١} = ص$

$٨ ص^{٢} + ص = ١$

$٨ ص^{٢} + ص - ١ = ٠$

$ص = \frac{-١ \pm \sqrt{(١)^{٢} - ٤ \times ٨ \times -١}}{٢ \times ٨}$

$= \frac{-١ \pm \sqrt{١ + ٣٢}}{١٦}$

$= \frac{-١ \pm \sqrt{٣٣}}{١٦}$

$ص_{١} = \frac{-١ + ٥,٧٤}{١٦} = ٠,٢٧$

$ص_{٢} = \frac{-١ - ٥,٧٤}{١٦} = -٠,٤٢$

$س = \frac{١}{ص}$

$س_{١} = \frac{١}{٠,٢٧} = ٣,٧$

$س_{٢} = \frac{١}{-٠,٤٢} = -٢,٣٨$

مجموعة الحل $= \{٣,٧ ، -٢,٣٨\}$

مثال ٦ حل المعادلة $\frac{س}{٢} = \frac{٥}{س - ١}$

الحل

$س^{٢} - س = ١٠$

$س^{٢} - س - ١٠ = ٠$

$أ = ١ ، ب = -١ ، جـ = -١٠$

$س = \frac{-(-١) \pm \sqrt{(-١)^{٢} - ٤ \times ١ \times -١٠}}{٢ \times ١}$

$= \frac{١ \pm \sqrt{١ + ٤٠}}{٢}$

$= \frac{١ \pm \sqrt{٤١}}{٢}$

$س_{١} = \frac{١ + ٦,٤}{٢} = ٣,٧$

$س_{٢} = \frac{١ - ٦,٤}{٢} = -٢,٧$

مجموعة الحل $= \{٣,٧ ، -٢,٧\}$

مثال ٧ حل المعادلة $-٢ س^{٢} + ٧,٨ س + ٢,٨ = ٠$

الحل

$٢٠ س^{٢} - ٧٨ س - ٢٨ = ٠$

$١٠ س^{٢} - ٣٩ س - ١٩ = ٠$

$أ = ١٠ ، ب = -٣٩ ، جـ = -١٩$

$س = \frac{-(-٣٩) \pm \sqrt{(-٣٩)^{٢} - ٤ \times ١٠ \times -١٩}}{٢ \times ١٠}$

$= \frac{٣٩ \pm \sqrt{١٥٢١ + ٧٦٠}}{٢٠}$

$= \frac{٣٩ \pm \sqrt{٢٢٨١}}{٢٠}$

$س_{١} = \frac{٣٩ + ٤٧,٧}{٢٠} = ٤,٣٨٥$

$س_{٢} = \frac{٣٩ - ٤٧,٧}{٢٠} = -٠,٤٣٥$

مجموعة الحل $= \{٤,٣٨٥ ، -٠,٤٣٥\}$

جبر ٤٢

أصفار الدالة

هي قيم س التي
تجعل الدالة = صفراً

مثال

اذا كانت د(س) = ٥س - ١٠

★ د(١) = ٥×١ - ١٠ = -٥
★ د(٢) = ١٠ - ١٠ = ٠
★ د(٣) = ١٥ - ١٠ = صفر

أصفار الدالة = {٣}

أوجد أصفار الدوال الآتية

[١] د(س) = ٢س - ١٤

الحل

٢س - ١٤ = صفر
٢س = ١٤
س = ٧
ص(د) = {٧}

[٢] د(س) = ٥س² - ٣س

الحل

س(٥س - ٣) = صفر
إما س = ٠ | س = ٣/٥
ص(د) = {٠، ٠.٦}

[٣] د(س) = س² - ٧س + ١٢

الحل

س² - ٧س + ١٢ = صفر
(س - ٣)(س - ٤) = صفر
إما س = ٣ | س = ٤
ص(د) = {٣، ٤}

[٤] د(س) = س² - ١٦

الحل

س² - ١٦ = صفر
س² = ١٦
س = ±٤
ص(د) = {±٤}

[٥] س² - ١٢س - ٣٠

الحل

(س - ١٥)(س + ٢) = صفر
س = ١٥ أو س = -٢
ص(د) = {١٥، -٢}

سبحان الله والحمد
سبحان الله العظيم

جـ ٣ ع

ملاحظات

عند تحليل المقدار الثلاثي

* اذا كانت اشارة $أ$ الاضار موجبة فالاشارتان مثل الاوسط

* اذا كانت اشارة الاضار سالبة فالاشارتان مختلفتان وعلاكبر مثل الاوسط

٦ $د(س) = س^{٣} + ٧س^{٢} - ٢٧س$

الحل

$د(س) = صفر$

$س^{٢} + ٧س - ٢٧ = صفر$

$س = -٣$

$ص(د) = \{-٣\}$

٧ $د(س) = ٩ + ٤س^{٢}$

الحل

$ص(د) = \phi$

لانه مجموع اثنين لا يحلل

٨ $د(س) = ٧ - ٣س^{٢}$

الحل

$ص(د) = \phi$

٩ $د(س) = صفر$

الحل

$ص(د) = \{٤\}$

١٠ $د(س) = س^{٢} - ٥س - ٥٦$

الحل

$س^{٢} - ٥س - ٥٦ = صفر$

$س(س - ٨) + ٧(س - ٨) = صفر$

$(س + ٧)(س - ٨) = صفر$

$س = -٧ \quad ، \quad س = ٨$

$ص(د) = \{-٧، ٨\}$

١١ $د(س) = ٢س^{٢} - ٥س - ١٢$

الحل

$٢س^{٢} - ٨س + ٣س - ١٢ = صفر$

$(٢س + ٣)(س - ٤) = صفر$

$س = -\frac{٣}{٢} \quad ، \quad س = ٤$

$ص(د) = \{-\frac{٣}{٢}، ٤\}$

١٢ $د(س) = س^{٤} + س + ١٠$

الحل

لا يحلل

$ص(د) = \phi$

(١٣) $د(س) = ٣س^{٤} + ١٩س^{٣} + ٢١س^{٢}$

الحل

$س^{٢}(٣س^{٢} + ١٩س + ٢١) = صفر$

$س^{٢}(٣س + ٧)(س + ٣) = صفر$

$س = صفر$ أو $س = -\frac{٧}{٣}$ أو $س = -٣$

$ص(د) = ٤٣٠$ وحدة

---

(١٤) $د(س) = س^{٤} - ٢س^{٣} - ٤س^{٢} + ١٢س$

الحل

$س(س^{٣} - ٢س^{٢} - ٤س + ١٢) = صفر$

$س[س^{٢}(س - ٢) - ٤(س - ٢)] = صفر$

$س(س - ٢)(س^{٢} - ٤) = صفر$

$س(س - ٢)(س - ٢)(س + ٢) = صفر$

$س = ٠$ أو $س = ٢$ أو $س = -٢$

$ص(د) = ٠$ أو ٢٤ وحدة

---

(١٥) $د(س) = ٥س^{٦} - ٥٠س^{٤} + ٤٥س^{٢}$

الحل

$٥س^{٢}(س^{٤} - ١٠س^{٢} + ٩) = صفر$

$٥س^{٢}(س^{٢} - ٩)(س^{٢} - ١) = صفر$

إما $٥س^{٢} = ٠$ | $س^{٢} = ٩$ | $س^{٢} = ١$

$س = ٠$ | $س = \pm ٣$ | $س = \pm ١$

$ص(د) = ٠$ أو ٣٦ أو ١٦ وحدة

$ع^{٢} - ٤ع + ٥ = ٠$ حيث $ع$ عدد طبيعي

(١٦) إذا كانت
$د(س) = س^٢ - ٢س^٢ - ٧٥$
اثبت أن
٥ أحد أصفار الدالة

الحل
بالتعويض
$د(٥) = ١٢٥ - ٥٠ - ٧٥$
$= صفر$
$\therefore$ ٥ أحد أصفار الدالة

(١٧) إذا كانت
مجموع أصفار الدالة
$د(س) = -س^٢ + ك$
هـ $]٤، -٤[$
أوجد ك

الحل
$د(٤) = صفر$
$١٦ + ك = صفر$
$\therefore ك = -١٦$

(١٨) إذا كانت (المقدار ١٤)
مجموع أصفار الدالة
$د(س) = أ س^٣ + ب س + ١٥$
هـ في $]٣، ٥[$ أحد الأصفار
فيه كل من أ، ب

الحل
$د(٢) = صفر$
$٨أ + ٢ب + ١٥ = صفر$
$٨أ + ٢ب = -١٥$ ①

$د(٥) = صفر$
$١٢٥أ + ٥ب + ١٥ = صفر$
$٢٥أ + ب = -٣$ ②
بضرب ② × -١
$-٢٥أ - ب = ٣$ ③

بجمع ① ، ③
$-١٧أ = ١٨$
$أ = -\frac{١٨}{١٧}$

بالتعويض في ②
$-\frac{٢٥ \times ١٨}{١٧} + ب = -٣$
$ب = \frac{٤٥٠}{١٧} - ٣$
$ب = \frac{٤٥٠ - ٥١}{١٧}$
$ب = \frac{٣٩٩}{١٧}$

وعلى هذا فقد تم بحمد الله
وعلى هذا نرى أن هناك أدوات

مجال الكسر الجبرى

الدالة الكسرية

$$ن(س) = \frac{س^٥ - ٧}{٣ + س}$$

اى س الاى تصبح دالة كسرية

١ $د(س) = ٢س^٢ - ٥س$

٣ $د(س) = -٧ + ٥$

٤ $د(س) = -٢$

الحل

١ كثيرة حدود

٣ دالة ضد كسرية

٢ كسرية $= \frac{١}{٢س}$

مجال الدالة

$د : س^٣ \longrightarrow ص$

مجال ← مجال مقابل

هى قيم س الحقيقية التى تجعل المقام لا يساوى صفر

مثال ١

$$د(س) = \frac{س + ٥}{-٣س}$$

اوجد $د(٥)$ ، $د(-٥)$ ، $د(٣)$

$$د(٥) = \frac{٥ + ٥}{٢ - ٥} = \boxed{-٥}$$

$$د(-٥) = \frac{٥ + ٥-}{٢ - ٥-} = \boxed{صفر}$$

$د(٢) = \frac{١}{٠}$ ليس لها قيمة

او عليه غير معرفة

اى ان $د(٣)$ ليس لها وجود

مجال $د = ح - \{٣\}$

مجال الكسر الجبرى

$= ح -$ {اصفار المقام}

١ اوجد مجال

$$د(س) = \frac{س^٥ + ٢}{س^٢ - ٤}$$

الحل

$س^٢ - ٤ = ٠$

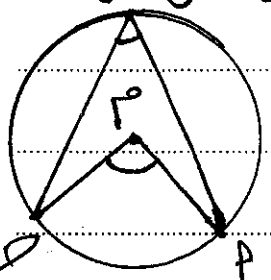
$س = \pm ٢$

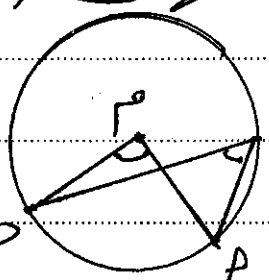
الحل $ح - \{\pm ٢\}$

العلاقة بين المحيطية والمركزية

نظرية ١

قياس الزاوية المحيطية تساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس

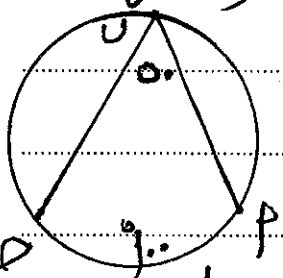




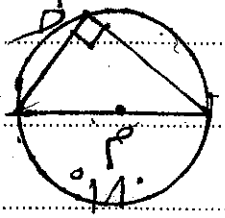
ق(ب) المحيطية = ½ ق(م)

نتيجة

① قياس الزاوية المحيطية تساوي نصف القوس المقابل لها



② قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة ٩٠°



ق(ب) = ٩٠°

ملاحظة

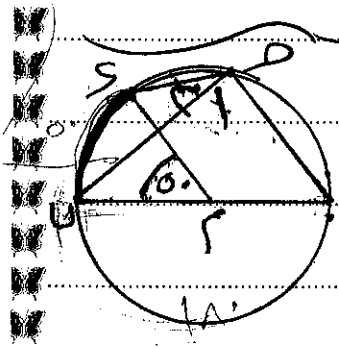
★ قياس الزاوية المحيطية المرسومة في ربع دائرة ٤٥°

★ قياس الزاوية المحيطية المرسومة في ثلث دائرة ١٢٠°

★ قياس الزاوية المحيطية المقابلة لها تقابل قوساً يمثل ربع دائرة ٤٥°

★ قياس الزاوية المحيطية المرسومة في ثلاثة أرباع دائرة ١٣٥°

مثال



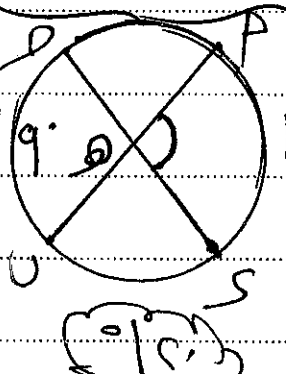
أ ب قطر في ⊙ م

ق(∠ب أ جـ) = ؟

∵ ق(∠ب م جـ) = ١٨٠°

∴ ق(∠ب أ جـ) = ٩٠°

مثال



أ ب ، جـ د وتران في ⊙ م

ق(∠هـ) = ½ ق[(أ د) + (ب جـ)]

[٤] $د(س) = \frac{س + ٢}{س^٢ - ٥س}$

المجال

$د(س) = \frac{س + ٢}{(س - ٥)(س + ٥)}$

المجال $= ح - \{٠، ٥\}$

[٣] $د(س) = \frac{س + ٢}{س^٢ - ٢٥}$

المجال

$د(س) = \frac{س + ٢}{(س - ٥)(س + ٥)}$

المجال $= ح - \{٥\}$

[٤] $د(س) = \frac{س^٢ + ٥}{س^٢ - ٥س - ١٤}$

المجال

$د(س) = \frac{س^٢ + ٥}{(س - ٧)(س + ٢)}$

المجال $= ح - \{٧، -٢\}$

[٤] $د(س) = \frac{س + ٨}{س^٢ + ٩}$

المجال

المجال $= ح$

[٥] $د(س) = \frac{س + ٢}{٨}$

المجال $= ح$

[٦] $د(س) = \frac{٥س - ٧}{س^٢ - س + ١}$

المجال

المجال $= ح$

[٧] $د(س) = \frac{س^٥}{٣٥س}$

المجال

$٥س^٢ = ٠$ ⟹ $س = ٠$

المجال $= ح - \{٠\}$

[٨] $د(س) = \frac{س + ٢}{س^٢ - ٥س}$

المجال

$د(س) = \frac{س + ٢}{س(س - ٥)}$

المجال $= ح - \{٠، ٥\}$

[٩] $د(س) = س^٢ - ١$

المجال

المجال $= ح$

مثال ٦

$$د(س) = \frac{س^2 - ٥س + ٦}{س^4 - ٨١}$$

الحل

$$د(س) = \frac{س^2 - ٥س + ٦}{(س^2 - ٩)(س^2 + ٩)}$$

$$= \frac{(س - ٢)(س - ٣)}{(س - ٣)(س + ٣)(س^2 + ٩)}$$

$$= \frac{س - ٢}{(س + ٣)(س^2 + ٩)}$$

$$\text{النهاية}_{س \to ٣} د(س) = \frac{١}{٣٦}$$

مثال ٧

$$د(س) = \frac{س + ١}{س^3 - ٤س^2 - ٤س + ١٦}$$

الحل

$$د(س) = \frac{س + ١}{س^2(س - ٤) - ٤(س - ٤)}$$

$$= \frac{س + ١}{(س - ٤)(س^2 - ٤)}$$

$$= \frac{س + ١}{(س - ٤)(س - ٢)(س + ٢)}$$

النهاية $_{س \to ٤}$ د(س) = غير موجودة

مثال ٨ إذا كان

$$د(س) = \frac{٢س + ١}{س^2 - ٣س + ٩}$$

فجد النهاية $_{س \to ٣}$ د(س) إذا كانت موجودة

$$\text{النهاية}_{س \to ٣} (س^2 - ٣س + ٩) = \text{النهاية}_{س \to ٣} ٢س + ١$$

$$٩ - ٣أ + ٩ = ٢أ + ١$$

$$-٣أ - ٢أ = ١ - ١٨$$

$$-٥أ = -١٧$$

$$أ = ٣$$

أوجد أصفار الدالة

$$د(س) = \frac{س - ٥}{س + ٣}$$

الحل

ص (د) = {٥}

ملاحظاتها

أصفار المقام الكسر الجبري = أصفار البسط ما عدا أصفار المقام

أوجد أصفار الدالة

$$د(س) = \frac{س^2 - ٥س + ٦}{س^2 - ٩}$$

الحل

$$د(س) = \frac{(س-٣)(س-٢)}{(س+٣)(س-٣)}$$

$$س \neq ٣ ، -٣$$

$$د(س) = ٠$$

$$\frac{س-٢}{س+٣} = ٠$$

$$س - ٢ = ٠$$

$$س = ٢$$

أوجد معادلة العمودي

$$\frac{س^2 - ٥س + ٤}{س^2 - ٣س}$$

$$\frac{(س-١)(س-٤)}{س(س-٣)}$$

$$م_١ = \frac{٣}{٤}$$

$$م_٢ = -\frac{٤}{٣}$$

$$ص - ٠ = -\frac{٤}{٣}(س - ٢)$$

$$٣ص = -٤س + ٨$$

$$٤س + ٣ص - ٨ = ٠$$

مثال

أوجد معادلة المماس

$$\frac{س^2 + ٢س}{س^2 - ٢٧} \quad ، \quad \frac{س^2 - ٥س + ٤}{س^2 - ٩س + ١٨}$$

الحل

$$\frac{(س+٢)س}{(س-٣)(س+٣)} = \frac{(س-١)(س-٤)}{(س-٣)(س-٦)}$$

$$س \neq ٣ ، -٣ ، ٦$$

$$\frac{س+٢}{س+٣} = \frac{س-١}{س-٦}$$

$$(س+٢)(س-٦) = (س-١)(س+٣)$$

$$س^2 - ٤س - ١٢ = س^2 + ٢س - ٣$$

$$-٦س = ٩$$

$$س = -\frac{٣}{٢}$$

$$ص = \frac{\frac{٣}{٢} + ٢}{\frac{٩}{٤} - ٢٧} = \frac{٧}{-٩٩} = -\frac{٤}{٢٢}$$

$$م = \frac{٤ + ٥}{٩ - ٢٧} = -\frac{٩}{١٨} = -\frac{١}{٢}$$

$$ص + \frac{٤}{٢٢} = -\frac{١}{٢}(س + \frac{٣}{٢})$$

$$٢٢ص + ٤ = -١١س - ٣٣$$

$$١١س + ٢٢ص + ٣٧ = ٠$$

أوجد معادلة العمودي

$$\frac{س^2 + ٢س}{س^2 - ٢٧} \quad ، \quad \frac{س^2 - ٥س + ٤}{س^2 - ٩س + ١٨}$$

$$م_١ = ٢$$

$$م_٢ = -\frac{١}{٢}$$

$$ص + \frac{٤}{٢٢} = ٢(س + \frac{٣}{٢})$$

$$٢٢ص + ٤ = ٤٤س + ٦٦$$

$$٤٤س - ٢٢ص + ٦٢ = ٠$$

أوجد معادلة المماس

$$\frac{س^2 - ٣}{س - ٣} \quad ، \quad \frac{س^2 - ٤س - ١}{س^2 - ٤}$$

$$\frac{س^2 - ٣}{س - ٣} = \frac{س^2 - ٤س - ١}{(س-٢)(س+٢)}$$

$$س \neq ٣ ، -٢ ، ٢$$

$$(س^2 - ٣)(س+٢)(س-٢) = (س^2 - ٤س - ١)(س-٣)$$

$$(س^2 - ٣)(س^2 - ٤) = (س^2 - ٤س - ١)(س-٣)$$

$$س^4 - ٧س^2 + ١٢ = س^3 - ٧س^2 + ١١س + ٣$$

$$س^4 - س^3 - ١١س + ٩ = ٠$$

$$(س-١)(س^3 - ١٠س - ٩) = ٠$$

$$(س-١)(س+١)(س^2 - س - ٩) = ٠$$

$$س = ١ ، -١ ، \frac{١ \pm \sqrt{٣٧}}{٢}$$

اختصر ما يأتي:

(١) $N(س) = \frac{س^٢ - ٩}{س^٢ + ٤س + ٣}$

الحل

$\frac{(س-٣)(س+٣)}{(س+٢)(س+١)}$

$\therefore$ ع $= -٢$ ، $ق = -١$

$N(س) = \frac{س-٣}{س+١}$

$N(٥) = \frac{٥-٣}{٥+١} = \frac{٢}{٦}$

$\star N(٥) = \frac{١}{٣}$

$\star$ د (-٣) غير موجودة

(٢) $N(س) = \frac{١٢ - ٤س - س^٢}{٦ - ٤س - س^٢}$

الحل

$\frac{(٤ - س)(٣ + س)}{(٦ - س)(١ + س)}$

$\therefore$ ع $= ٤$ ، $ق = ٦$

$N(س) = \frac{٤ - س}{٦ - س}$

$N(٤) = \frac{٠}{٢} = ٠$

$N(٦)$ غير موجودة

(٣) $N(س) = \frac{س^٣ - ٦س^٢ + ٩س}{س^٣ + ٤س^٢ - ٣س}$

الحل

$\frac{س(س-٣)^٢}{س(س+٤)(س-١)}$

$\therefore$ ع $= ٠$ ، $ق = ٣$

$N(س) = \frac{(س-٣)^٢}{(س+٤)(س-١)}$

$N(٠) = \frac{٩}{-٤} = -\frac{٩}{٤}$

$N(١)$ غير موجودة

$N(٣) = ٠$

$N(٥) = ٢$

$N(٧) = ٢$

(٤) $N(س) = \frac{س^٣ + ٤س^٢ + ١٦}{س^٤ - ٤}$

الحل

$\frac{(س^٢ + ٤س + ١٦)(س^٢ + ٤)}{(س^٢ + ٤)(س^٢ - ٤)}$

$\therefore$ ع $= ٢$ ، $ق = ٢$

$N(س) = \frac{س^٢ + ٤س + ١٦}{س^٢ - ٤}$

$N(س)$ غير معرفة عند $س = ٢$

$N(س) = س^٢ - ٤$

شرط كافي كمان

$\star$ مجال $N_١ =$ مجال $N_٢$

$\star N_١(س) = N_٢(س)$

بعد الاختصار

مثال ١ إذا كان $N_1 = N_2$ حيث $N_1(س) = \frac{س^2}{س^2+٨س+١٦}$ ، $N_2 = \frac{س^2+٤س}{س^2+٨س+١٦}$

أوجد $N_1(س)$ ، $N_2(س)$ ، $N_3(س)$ ، $N_4(س)$

* $N_1(س) = \frac{س^2}{(س+٤)^2}$ ← قاعدة ٤ - ٤ - ٤

* $N_3(س) = \frac{س}{س+٤}$

$N_4(س) = \frac{س(س+٤)}{(س+٤)(س+٤)}$ قاعدة ٤ - ٤ - ٤

$N_2(س) = \frac{س}{س+٤}$

$N_1 = N_2$ ⟸ $م_1 = م_2$

مثال ٢ إذا كان $N_1(س) = N_2(س)$ حيث $N_1(س) = \frac{س^2+٣س+٢}{س^2-٣س+٢}$ ، $N_2(س) = \frac{س^2-٨س+٧}{س^2-٩س+١٤}$

أوجد مجموعة قيم س التي تجعل المقدار N_1 غير معرف

$N_1(س) = \frac{(س+٢)(س+١)}{(س-٢)(س-١)}$ ← قاعدة ٤ - ٤ - ٤ ← $م_1 = \{٢، ١\}$

$N_1(س) = \frac{س+١}{س-١}$

* $N_2(س) = \frac{(س-١)(س-٧)}{(س-٢)(س-٧)}$ ← قاعدة ٤ - ٤ - ٤ ← $م_2 = \{٧، ٢\}$

$$\star\ ن_2(س) = \frac{س+1}{س-2}$$

$$م_1 \neq م_2 \Rightarrow ن_1 \neq ن_2$$

$$ن_1(0) = \frac{0+1}{0-2} = -\frac{1}{2} \quad ، \quad ن_2(0) = 2$$

$$ن_1(7) = \frac{8}{5} \quad ، \quad ن_2(7) = \text{غير معلوم}$$

$$\therefore ن_1(س) \neq ن_2(س)$$

والمثال استدل على

$$ع = -\frac{1}{2} \quad ، \quad ع = 2$$

مثال ③ هل $ن_1 = ن_2$ حيث

$$ن_1(س) = \frac{س^2 - 2س}{س^2 - 6س + 9} \quad ، \quad ن_2(س) = \frac{س^2 + 2س + 9}{س^2 - 2س - 27}$$

$$\star\ ن_1(س) = \frac{س(س-2)}{(س-2)(س-2)} \Leftarrow م_1 = ع - \frac{1}{2}$$

$$ن_1(س) = \frac{س}{س-2}$$

$$\star\ ن_2(س) = \frac{س^2 + 2س + 9}{(س-2)(س^2 + 2س + 9)} \Leftarrow م_2 = ع - \frac{1}{2}$$

$$ن_2(س) = \frac{1}{س-2}$$

$$م_1 \neq م_2 \Longleftrightarrow ن_1 \neq ن_2$$

دالة الصفر لهما مختلف
بعد الاختصار

مثال (٤) إذا كان $N_1 = N_2$ فأوجد $N_1(س)$ ، $N_2(س)$

$$N_1(س) = \frac{س^2+1}{س^3-س^2+س} \quad ، \quad N_2(س) = \frac{س^3+س^2+س+1}{س^2+س}$$

الحل

$$N_1(س) = \frac{(س+1)(س^2-س+1)}{س(س^2-س+1)}$$

$$N_1(س) = \frac{س+1}{س}$$

$$N_2(س) = \frac{س^2(س+1)+(س+1)}{س(س^2+1)}$$

$$= \frac{(س+1)(س^2+1)}{س(س^2+1)}$$

$$= \frac{س+1}{س}$$

$$\therefore N_1(س) = N_2(س) \quad ، \quad م_1 = م_2$$

مثال (٥) أوجد مشتقة $\frac{(5س+2)^2-(2س-1)^2}{3س+8}$ بالنسبة لـ س

الحل

$$ص = \frac{(5س+2)^2-(2س-1)^2}{3س+8}$$

$$ص = \frac{(5س+2+2س-1)(5س+2-2س+1)}{3س+8}$$

$$ص = \frac{(7س+1)(3س+3)}{3س+8}$$

$$ص = \frac{3(7س+1)(س+1)}{3س+8}$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{3[(7)(س+1)+(1)(7س+1)]}{(3س+8)^2}$$

$$= \frac{3(14س+14)}{(3س+8)^2}$$

$$= \frac{42(س+1)}{(3س+8)^2}$$

مثال (٦) إذا كان $N(س) = \frac{س+2}{4}$ ، $(N(س))^2 = \frac{(س+2)^3}{ك س+ل}$

فأوجد قيمة كل من ك ، ل

الحل

$$\left(\frac{س+2}{4}\right)^2 = \frac{(س+2)^3}{ك س+ل}$$

$$\frac{(س+2)^2}{16} = \frac{(س+2)^3}{ك س+ل}$$

$$\frac{1}{16} = \frac{س+2}{ك س+ل}$$

$$\therefore ك = 1 \quad ، \quad ل = 16$$

جمع وطرح الكسور

★ تعلم أن $\frac{٢}{٥} + \frac{٤}{٥} = \frac{٦}{٥}$

★ $\frac{٢}{٣} + \frac{٥}{٣} = \frac{٩+١٠}{٦} = \frac{١٩}{٦}$

اختصر بسط ومقام

[1] $ن(س) = \frac{س-٣}{س^٢-س-٦} + \frac{س^٢-س}{١-س^٢}$

$= \frac{س-٣}{(س-٣)(س+٢)} + \frac{س(س-١)}{(س+١)(س-١)}$

المقام المشترك $= (س+٢)(س-٣)(س+١)(س-١)$

$ن(س) = \frac{١}{س+٢} + \frac{س}{س+١} = \frac{س+١}{س+١}$

$\therefore ن(س) = 1$

---

[2] $ن(س) = \frac{س^٢+س+٤}{س^٢+٧س+١٢} + \frac{١-س^٢}{س^٢+س-٢}$

المقام المشترك $= (س+٣)(س+٤)(س-١)(س+٢)$

$ن(س) = \frac{(س-١)(س+١)}{(س+٣)(س+٢)} + \frac{س^٢-س+٤}{(س+٤)(س^٢-س+١)}$

$ن(س) = \frac{١}{س+٣} + \frac{س+١}{س+٤}$

$ن(س) = \frac{س+٤}{س+٤} = 1$

★ $ن(٥) = 1$ ، $ن(٠) = 1$ ، $ن(١) = 1$ على صورة واحدة

مثال (٣) $\frac{س^2+6س+2}{س^3-10س^2+18س} + \frac{س-5}{2س^2-12س+10} = ن(س)$

المقام $= س(س-6)(س-2)$

$= \frac{(س+3)2}{(س-6)(س-2)س} + \frac{س-5}{(س-5)(س-2)2}$

$= \frac{2}{س}$

المقام $= س(س-6)(س-2)$

$= \frac{2س^2+6+س-6}{(س-6)(س-2)س}$

$= \frac{3س}{(س-2)(س-6)س}$

مثال (٤) $\frac{2س^2-2س-2}{س^2-4} + \frac{2س+10}{س^3+7س+10} = ن(س)$

المقام $= (س+2)(س-2)(س+5)$

$= \frac{(س+1)(س-2)}{(س+2)(س-2)} + \frac{2(س+5)}{(س+2)(س+5)}$

$= \frac{س+1}{س+2} + \frac{2}{س+2}$

$= \frac{س+3}{س+2}$

$= \frac{(س+2)1}{س+2}$

$= 1$

مثال ٩ $م(س) = \frac{س+٤}{س^٢+س-١٢} - \frac{١}{س^٢-س+٦}$

الحل

$م(س) = \frac{س+٤}{(س-٢)(س+٤)} - \frac{١}{(س-٢)(س-٣)}$

$= \frac{١}{س-٣} - \frac{١}{(س-٢)(س-٣)}$

$م(س) = \frac{س-٢-١}{(س-٢)(س-٣)} = \frac{س-٣}{(س-٢)(س-٣)}$

$م(س) = \frac{١}{س-٢}$

مثال ٢ $م(س) = \frac{س^٢-س-١٨}{٩-س^٢} - \frac{٢س-١٠}{١٥+س٨-س^٢}$

الحل

$م(س) = \frac{س^٢-س-١٨}{٩-س^٢} + \frac{٢(س-٥)}{(س-٣)(س-٥)}$

$م(س) = \frac{(س+٢)(س-٦)}{(س+٣)(س-٣)} + \frac{٢(س-٥)}{(س-٥)(س-٣)}$

$م(س) = \frac{س-٦}{س-٣} + \frac{٢}{س-٣}$

$م(س) = \frac{س-٣}{س-٣} = \frac{س+٢-٦+٣}{س-٣} = ١$

مثال (٧) $م(س) = \frac{٢س - ٢}{٢س^٢ + ٣س - ٢} - \frac{٢س - ٤}{٥ - س - ٢س^٢}$

الحل

$م(س) = \frac{٢س - ٢}{(س + ٢)(٢س - ١)} - \frac{٢س - ٤}{(١ + س)(٥ - ٢س)}$

المقام ع = م ق (٢ ، ١) و $\frac{٥}{٢}$

$م(س) = \frac{١}{س + ١} - \frac{٢س - ٤}{(١ + س)(٥ - ٢س)}$

$= \frac{٥ - ٢س - ٤ + ٢س}{(س + ١)(٥ - ٢س)}$

$= \frac{١}{(س + ١)(٥ - ٢س)}$

$= \frac{١}{\text{اطلع}} = \frac{-١}{س + ١}$

مثال (١) $م(س) = س + ٣ - \frac{س^٢}{س - ٣}$

الحل

المقام ع = م ق (٣)

$م(س) = \frac{(س + ٢)(س - ٢) - س^٢}{س - ٣}$

$م(س) = \frac{-٩ - س^٢ - س^٢}{س - ٣}$

$م(س) = \boxed{\frac{-٩}{س - ٣}}$

مثال $N(س) = \frac{س^2 - ٤}{س^2 + س - ٢} + \frac{٥ - ١٠س}{٢س^2 - س - ١}$

الحل

$N(س) = \frac{س^2 - ٤}{(س+٢)(س-١)} + \frac{٥ - ١٠س}{(٢س+١)(س-١)}$

$= \frac{(س-٢)(س+٢)}{(س+٢)(س-١)} + \frac{٥(١-٢س)}{(٢س+١)(س-١)}$

$= \frac{س-٢}{س-١} + \frac{٥}{٢س+١}$

$N(س) = \frac{س+٢}{س-١}$

مثال (١) $N(س) = \frac{س^3 - ٢س^2 + ٣س}{س^2 + س - ٢} - \frac{٤ - س^2}{س^2 + س - ٢}$

ثم أوجد قيم س التي تجعل $N(س) = ٠$

الحل

$N(س) = \frac{س(س^2 - ٢س + ٣)}{(س+٢)(س-١)} + \frac{س^2 - ٤}{(س+٢)(س-١)}$

$= \frac{س(س^2 - ٢س + ٣) + (س-٢)(س+٢)}{(س+٢)(س-١)}$

$= \frac{س^3 - ٢س^2 + ٣س + س^2 - ٤}{(س+٢)(س-١)}$

$= \frac{س^3 - س^2 + ٣س - ٤}{(س+٢)(س-١)}$

$= \frac{(س-١)(س^2 + ٣)}{(س+٢)(س-١)}$

$= \frac{س^2 + ٣}{س+٢}$

$N(س) = ٠ \Leftarrow \frac{س^2 + ٣}{س+٢} = ٠$

$\therefore س^2 + ٣ = ٠$

$\therefore س^2 = -٣$ ، $س = -١$

ضرب وقسمة الكسور

وعكس الجمع

$\frac{س-٥}{س-٢}$ هو $\frac{٥-س}{٢-س}$ أو

$-\frac{س-٥}{٢-س}$ أو $\frac{-س+٥}{-س+٢}$

أو $\frac{س-٥}{س-٢}$ أو $\frac{٥-س}{٢+س}$

ملاحظة

مجال الكسر الجبري يساوي

مجال معكوس الجمعي

وعكس الضربي

$\frac{٣}{٥}$ $\xleftarrow{\times}$ $\frac{م}{م+٢}$ $\frac{٥}{٣}$

$س-٥$ $\xleftarrow{\times}$ $\frac{م}{م+٢}$ $\frac{١}{٥-س}$

$\frac{س-٢}{٥س}$ $\xleftarrow{\times}$ $\frac{م}{ص}$ $\frac{٥س}{٣-س}$

مثال جـ ١

أوجد مجال الكسر $\frac{س-٥}{س-٢}$

حيث يكون له معكوس ضربي

الحل

$ع - ق(٢)$

مجال $ن^{-١}(س)$ هو

$ن(س) = \frac{-س+١٠}{س-٢}$

الحل

مجال $ن^{-١} = ع - ق(٥)$

اذا كان $ن(س) = \frac{س-٥}{س+٢}$

فأوجد مجال $ن^{-١}(س)$

ثم اوجد $ن^{-١}(٤)$، $ن^{-١}(٥)$

الحل

$ن^{-١}(س) = \frac{س+٢}{٥-س}$

مجال $= ع - ق(-٢)$

$ن^{-١}(٤) = \frac{٤+٢}{٥-٤} = \frac{٦}{١} = ٦$

$ن^{-١}(٥)$ غير موجود

ومن لم يحسب الصيف فوقه

أكياله على طول الدهر

يبيع الخضر

اختصر لابسط صورة

[١] $ن(س) = \frac{س^2 - ٢س - ٤}{س^2 - ١} \times \frac{س^2 - س}{س^2 + ٢س}$

$= \frac{(س - ٤)(س + ١)}{(س - ١)(س + ١)} \times \frac{س(س - ١)}{س(س + ٢)}$

$= \frac{س - ٤}{س + ٢}$

[٢] $ن(س) = \frac{س^2 - ٨}{س^2 + ٢س - ١٠} \times \frac{٢س + ٦}{س^2 + ٢س + ٤}$

$= \frac{(س - ٢)(س^2 + ٢س + ٤)}{(س + ٥)(س - ٢)} \times \frac{٢(س + ٣)}{س^2 + ٢س + ٤}$

$= \frac{٢(س + ٣)}{س + ٥}$

[٣] $ن(س) = \frac{٥س^2 - ٢٠}{س^2 - ٢س - ١٢} \times \frac{٥س^2 + ١٥س + ٤٥}{س + ١}$

$= \frac{٥(س^2 - ٤)}{(س - ٤)(س + ٣)} \times \frac{٥(س^2 + ٢س + ٩)}{س + ١}$

$$م(س) = \frac{(س-٢)(س+١)}{(س-٥)(س^٢+٢س+٩)} \times \frac{(س^٢+٢س+٩)}{س+١}$$

$$م(س) = \boxed{١}$$

$$٤)\ م(س) = \frac{س^٢-١٢س+٢٧}{س^٢-٦س} \div \frac{٢٧-س^٣}{٤س+٤٣}$$

$$= \frac{(س-٩)(س-٣)}{س(س-٦)} \times \frac{٤(س+٦)}{-(س-٣)(س^٢+٣س+٩)}$$

$$= \frac{-٤}{س}$$

$$م(س) = \boxed{\frac{-٤}{س}}$$

الحـــل

$$\frac{ب}{أ} \div \frac{د}{ج} = \frac{ب}{أ} \times \frac{ج}{د}$$

$$٣)\ م(س) = \frac{س^٢-س-١٥}{٩-س^٢} \div \frac{س^٣-٦س^٢+٩س}{٢س-١٠}$$

$$= \frac{س^٢-س-١٥}{٩-س^٢} \times \frac{٢س-١٠}{س^٣-٦س^٢+٩س}$$

$$= \frac{(س-٥)(س+٣)}{(٣-س)(٣+س)} \times \frac{٢(س-٥)}{س(س-٣)^٢}$$

$$= \frac{٢(س-٥)^٢(س+٣)}{س(٣-س)^٣(٣+س)}$$

$$م(س) = \boxed{\frac{٢(س-٥)^٢}{س(٣-س)^٢}}$$

مثال ① $ن(س) = \frac{س^2 - 2س}{س^2 - س - 6} \div \frac{س^2 - 2س}{9 - 4س^2}$

$= \frac{س^2 - 2س}{س^2 - س - 6} \times \frac{9 - 4س^2}{س^2 - 2س}$

$= \frac{س(س-2)}{(س-3)(س+2)} \times \frac{(3-س)(3+2س)}{س(س-2)}$

$= \frac{3-س}{س+2}$

مثال ② $ن(س) = \frac{س-2}{س^2 - 2س} \div \frac{س^2 - 4س + 6}{9 - 4س^2}$

$= \frac{س-2}{س(س-2)} \times \frac{(3-2س)(3+2س)}{س^2 - 4س + 6}$

$= \frac{3-2س}{س(س^2 - 4س + 6)}$

ملاحظة: لكسر اكبر أو مقلوب النظير $= 1$

مثال ٤ إذا كان $N(س) = \frac{س^٢ + ٢ص^٢ + ٢س}{س^٢ + ٢س}$

أوجد $N'(-٢)$ إن وجد صورة

ثم أوجد $N'^{-١}(-٢)$

الحل

$$N'(س) = \frac{س^٢ + ٢ص^٢ + ٢س}{س^٢ + ٢ص^٢ + ٢س}$$

$$N'(٢) = \frac{س(س+٢)}{س(س+٢)(س+١)}$$

$$N'(-٢) = \frac{١}{-١} = -١$$

$N'^{-١}(-٢)$ = غير موجودة

مثال ٥ إذا كان $N(س) = \frac{س^٢ - ٢س - ١٥}{س^٢ - ٩} \div \frac{س^٢ - ٢٥}{س^٢ - ٢س}$

أوجد $(N^{-١})'(\frac{١}{٢})$

الحل

$$N(س) = \frac{(س-٥)(س+٣)}{(س-٣)(س+٣)} \times \frac{س(س-٢)}{(س-٥)(س+٥)}$$

$$N(س) = \frac{س}{س+٥}$$

$$N'(س) = \frac{٥}{(س+٥)^٢}$$

$$N'(٢) = \frac{٥}{(٢+٥)^٢} = \frac{١}{٢}$$

$$\therefore \frac{٥}{(٢+٥)^٢} = \frac{١}{٢}$$

$$٢(٢+٥)^٢ = ٥$$

$$٢(٢+٥)^٢ = ٥$$

$$\therefore ٢ = -٥$$

مثال ٦ المتفوقين

إذا كان المماس لمنحنى $ص = \frac{س^٢ + ٢س}{س^٢ - ٢س + ن}$

هو $ص = س$ يحاصر ن

الحل

$$\frac{س^٢ + ٢س}{س^٢ - ٢س + ن} = س$$

$$\frac{س(س+٤)}{(س-٤)(س+٢)} = س$$

$$ن = ٤ \times ٢ \quad \therefore$$

$$ن = -٨$$

الاحتمالات

★ ٠ ≤ ل(أ) ≤ ١
★ الاحتمال ∈ [٠، ١]
★ احتمال الحدث المستحيل = صفر
★ احتمال الحدث المؤكد = ١
★ ل(أ) = ن(أ) / ن(ف)
★ أ ، ب متنافيتان ⇐ أ ∩ ب = ∅ ⇐ ل(أ ∩ ب) = صفر
★ أ ⊂ ب ⇐ أ ∩ ب = أ ، أ ∪ ب = ب
★ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)
★ ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب)
★ ل(أ′) = ١ − ل(أ)

★ احتمال نجاح طالب ٧ ، احتمال رسوبه ٣ ، ...

مثال ①
صندوق به ١٥ بطاقة مرقمة من ١ إلى ١٥ سحبت بطاقة عشوائيا أوجد احتمال أن تكون البطاقة
[١] عدد أولي
[٢] عدد يقبل القسمة على ٥
[٣] عدد مربع كامل
[٤] عدد يقبل القسمة على ٢ أو ٥

الحل
ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥}
[١] أ = {٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٣}
ل(أ) = ٦/١٥ = ٢/٥
[٢] ب = {٥، ١٠، ١٥}
ل(ب) = ٣/١٥ = ١/٥
[٣] ج = {١، ٤، ٩}
ل(ج) = ٣/١٥ = ١/٥

ع صدق صحيح
احتمال = صفر

مثال ١ إذا كان أ ، ب
حدثين من فضاء العينة
لتجربة عشوائية وكان
ل(أ) = ٦و ، ل(ب) = ٢و
وكان ل(أ ∪ ب) = ٧و
أوجد احتمال
* ل(أ ∩ ب)
* ل(أ − ب)

الحل

* ل(أ ∩ ب)
= ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∪ ب)
= ٦و + ٢و − ٧و
∴ ل(أ ∩ ب) = ١و

* ل(أ − ب)
= ل(أ) − ل(أ ∩ ب)
= ٦و − ١و
∴ ل(أ − ب) = ٥و

مثال ٢ إذا كان أ ، ب
حدثين من فضاء عينة وكان
ل(ب) = $\frac{1}{12}$ ، ل(أ ∪ ب) = $\frac{1}{3}$ أوجد
ل(أ) إذا كان
* أ ، ب متنافيين
* ب ⊂ أ

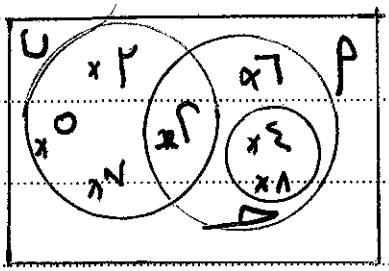
الحل

* إذا كان أ ، ب
ل(أ ∩ ب) = صفر
∴ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب)
$\frac{1}{3}$ = ل(أ) + $\frac{1}{12}$
∴ ل(أ) = $\frac{1}{3} - \frac{1}{12}$
ل(أ) = $\frac{3}{12}$ = $\frac{1}{4}$

* إذا كان الثانية أ
ب ⊂ أ ⑤
∴ ل(أ ∪ ب) = ل(أ)
∴ ل(أ) = $\frac{1}{3}$

سبحان الله العظيم وبحمده

ف



من الشكل

١) ل(م ∪ ن)

٢) ل(م − ن)

٣) ل(م ∩ ن)

٤) ل(ص − م)

٥) ل(ص ∩ ن)

٦) ل(ص ∪ ن)

٧) ل(م ∪ ن) = ل(م) + ل(ن) − ل(م ∩ ن)

الحل

١) ل(م ∪ ن) = ل(ف)

= ١

٣) ل(م ∩ ن) = $\frac{١}{٨}$

٢) ل(م − ن) = $\frac{٢}{٨}$

٤) ل(ص − م) = صفر

٥) ل(ص ∩ ن) = صفر

٦) ل(ص ∪ ن) = $\frac{٦}{٨}$

٧) ل(م ∪ ن) = ١

مثال ٤ كيس يحتوي على ٢٥ كرة متماثلة منها ٤ صفراء، ٧ حمراء والباقي أسود فإذا سحبت كرة عشوائياً فإن احتمال أن تكون

١) سوداء ٢) صفراء

٣) ليست صفراء

٤) صفراء أو سوداء

الحل

عدد كرات السوداء

= ٢٥ − ١١ = ١٤

١) احتمال سوداء

= $\frac{١٤}{٢٥}$

٢) احتمال صفراء = صفر

٣) احتمال ليست صفراء

= $\frac{٢١}{٢٥}$

٤) احتمال صفراء أو سوداء

= $\frac{١٨}{٢٥}$

* حدث وقوع م أو ن فعلاً ل(م ∪ ن)

* " " م و ن معاً ل(م ∩ ن)

★ صدق وقوع م أو ب
ق (الاتحاد) = ل (أ) + ل (ب)

العدد المتوقع للحدث
= احتمال الحدث × العدد الكلي

صندوق به ٥ كرات حمراء والباقي أصفر فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء هو $\frac{1}{4}$ أوجد عدد الكرات الصفراء

الحل

$\frac{1}{4}$ الكرات هو ٥
∴ عدد الكرات هو ٢٠
∴ عدد الكرات الصفراء
= ١٥

إذا كان احتمال سقوط قرعة يساوي ٠,٦ واحتمال تعادله ٠,٢ ولعب الفريق ٣٠ مباراة أوجد
① عدد المباريات المتوقع الفوز بها
② عدد المباريات المتوقع خسارته فيها

الحل
① عدد مباريات الفوز
= ٠,٦ × ٣٠
= ١٨ مباراة
② احتمال الخسارة = ١ − ٠,٦ − ٠,٢ = ٠,٢
∴ عدد مباريات الخسارة
= ١ × ٣٠ = ٦

★ مضاعف العدد ٥
هو {٥، ١٠، ١٥، ٢٠، ٢٥، ...}

★ عدد أولية
= {٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٢، ١٧، ١٩، ٢٦، ٢١، ٢٩، ...}

★ مرويات وقبل القسمة على ٥
{١٥، ٢٠، ٢٥، ٣٠، ٤٥، ...}

ثانيا : تساوى كسرين جبريين

اوجد مجال ما يلى موضحاً الاصفار

$م_1(س) = \frac{س^2 + 2س + 6}{س^2 - 9}$

المجال $= ح - \{\pm 3\}$

$م_2(س) = \frac{ح(س+2)}{(س-3)(س+3)}$

المجال $= ح - \{\pm 3\}$

$م_3(س) = \frac{س}{س-3}$

المجال $= ح - \{3\}$

الاصفار $= \emptyset$

تحقق

فيكون $م_1 = م_2$ اذا

* مجال $م_1 =$ مجال $م_2$
* $م_1(س) = م_2(س)$

بعدها نختبر كل عدد للمجال المشترك له

1) اثبت ان $م_1 = م_2$ حيث

$م_1(س) = \frac{3س^2 + 4س}{س^2 - 16}$

المجال $= ح - \{\pm 4\}$

$م_2(س) = \frac{س + 2س}{س^2 - 3س - 4}$

المجال $= ح - \{-1, 4\}$

$م_3(س) = \frac{س(س+4)}{(س-4)(س+4)}$

المجال $= ح - \{\pm 4\}$

$م_1(س) = \frac{س}{(س-4)(س+4)}$

المجال $= ح - \{\pm 4\}$

$\therefore م_1 = م_3$

2) اثبت ان المقدار $م_1(س)$ يساوى المقدار $م_2(س)$ ثم اوجد مجال كل منهما

$م_1(س) = \frac{س^2 - 16}{س^2 + 8س + 16}$

المجال $= ح - \{-4\}$

$م_2(س) = \frac{س^2 - 6س + 9}{س^2 - 8س + 7}$

المجال $= ح - \{1, 7\}$

$م_3(س) = \frac{(س-3)(س+4)}{(س-1)(س-7)}$

المجال $= ح - \{1, 7, -4\}$

$م_1(س) = \frac{(س-4)(س+4)}{(س+4)^2}$

المجال $= ح - \{-4\}$

$م_2(س) = \frac{(س-3)(س-1)}{(س-1)(س-7)}$

المجال $= ح - \{1, 7\}$

$\therefore م_1 = م_2$

$$ن_2(س) = \frac{س-٤}{س+٤}$$

$$م_1 \neq م_2 \Rightarrow ن_1 \neq ن_2$$

$$\text{ولكن } ن_1 = ن_2 \text{ من أجل } س \in ح - \{-٤، ٤\}$$

٣ حل $ن_1 = ن_2$ حيث

$$ن_1(س) = \frac{س^2+١}{س^2-س+٢}$$

$$ن_2(س) = \frac{س^3+س^2+٤س+٤}{س^2+٢س}$$

$$= \frac{(س+١)(س^2-س+٤)}{س(س^2-س+١)}$$

$$م_1 = ٤ - ٥ = -١$$

$$ن_1(س) = \frac{س+١}{س}$$

$$ن_2(س) = \frac{س^2(س+١)+٤(س+١)}{س(س^2+٤)}$$

$$= \frac{(س+١)(س^2+٤)}{س(س^2+٤)}$$

$$= \frac{س+١}{س}$$

$$\therefore ن_1 = ن_2$$

٤ إذا كانت $ن_1(س) = \frac{س^2-٤}{س^2+٢س-٣}$

$$ن_2(س) = \frac{س^2-٢س-٦س+١٢}{س^2-٩}$$

$$= \frac{س(س-٢)-٦(س-٢)}{(س-٣)(س+٣)}$$

$$= \frac{(س-٦)(س-٢)}{(س-٣)(س+٣)}$$

$$ن_1(س) = \frac{(س-٢)(س+٢)}{(س-١)(س+٣)}$$

$$م_1 = ٤ - ٣ - ٢ + ٦ = ٥$$

$$ن_1(س) = \frac{س+٢}{س+٣}$$

$$ن_2(س) = \frac{س(س^2-س-٦)}{س(س^2-٩)}$$

$$= \frac{(س-٣)(س+٢)}{(س-٣)(س+٣)}$$

$$ن_2(س) = \frac{س+٢}{س+٣}$$

$$م_2 = ٤ - ٣ - ٢ + ٦ = ٥$$

$$\therefore ن_1 \neq ن_2$$

$$\text{ولكن } ن_1 = ن_2 \text{ من أجل } س \in ح - \{-٣، ٣\}$$

* أكتب مجال المقلوب الجمعي للكسر الجبري $\frac{س-٥}{س+٣}$

أو مجال مقلوب الكسر الجمعي $\frac{س+٣}{س-٥}$

$= \frac{س-٥}{س+٣}$ أو $\frac{٥-س}{٣+س}$ أو $-\frac{س-٥}{-س-٣}$

مجال المقلوب الجمعي = مجال المقلوب الضربي

---

٥) $ن(س) = \frac{٢س+١٠}{س^٢+٧س+١٠} - \frac{س-١}{س^٢+٣س-٤}$

المجال = ح − {−٥، −٤، ١}

$= \frac{٢(س+٥)}{(س+٥)(س+٤)} - \frac{س-١}{(س+٤)(س-١)}$

$= \frac{٢}{س+٤} - \frac{١}{س+٤} = \frac{س+٤}{س-١} = \frac{١}{س+٤}$

---

٦) $ن(س) = \frac{س^٢+٣س-١٠}{س+٥} - \frac{س^٢-س-٢}{٢س-١}$

المجال

$ن(س) = \frac{(س+٥)(س-٢)}{(س+٥)} - \frac{(س-٢)(س+١)}{٢س-١}$

المجال = ح − {−٥، −١، ١}

$ن(س) = س-٢ - \frac{(س-٢)(س+١)}{٢س-١}$

$ن(س) = \frac{س+١-٢س+٢}{(س+١)(س-٢)} = \frac{-س+٣}{(س-٢)(س+١)}$

$ن(س) = \frac{-(س-٣)}{(س+١)(س-٢)} = \frac{-١}{س+١}$

٣) $N(س) = \frac{٥س^٢ + ١٠س}{س^٢ - ٤} + \frac{١٠ - ٣٠س}{س^٢ - س - ٦}$

المقام $= (س-٢)(س+٢)$ ، $(س-٣)(س+٢)$

$N(س) = \frac{٥س(س+٢)}{(س-٢)(س+٢)} + \frac{١٠(س-٣)}{(س+٢)(س-٣)}$

المقام $= ٤ - ٤س^٢ + س^٤ = (٢-س)^٢(٢+س)^٢$

$N(س) = \frac{٥س}{(٢-س)^٢} + \frac{١٠}{(٢+س)^٢}$

$N(س) = \frac{٥س(٢+س)^٢ + ١٠(٢-س)^٢}{(٢-س)^٢(٢+س)^٢} = \frac{٥س^٢ + ٢٠س + ٤٠ - ٤٠س + ٤٠}{س^٤ - ٤}$

$\therefore N(س) = \frac{٥س^٢ + ٨٠}{س^٤ - ٤}$

---

٤) $N(س) = \frac{١}{س^٢ + ١١س + ٣٠} + \frac{١}{(س^٢ + ١٢س + ٤٤)}$

المقام $= (س+٥)(س+٦)$ ، $(س+٧)(س+٦)$

$N(س) = \frac{١}{(س+٥)(س+٦)} + \frac{١}{(س+٦)(س+٧)}$

المقام $= ٤ - ٥س - ٢س^٢ + س^٣ = (٢+س)(٥+س)(٦+س)(٧+س)$

$= N(س) = \frac{س+٧ + س+٥}{(٧+س)(٦+س)(٥+س)(٢+س)}$

$N(س) = \frac{٢س+١٢}{\text{المقام}} = \frac{٢(س+٦)}{(٧+س)(٦+س)(٥+س)(٢+س)}$

$N(س) = \frac{٢}{(٧+س)(٥+س)}$

٧

$\text{ن(س)} = \frac{٢\text{س} - ٢}{٢\text{س}^٢ + \text{س} - ٣} + \frac{٤ - ٣\text{س}}{٢\text{س}^٢ - ٣\text{س} - ٥}$

$\text{ن(س)} = \frac{٢\text{س} - ٢}{(٢\text{س} - ٢)(\text{س} + ١)} - \frac{٣\text{س} - ٤}{(٢\text{س} - ٥)(\text{س} + ١)}$

$\text{مج} = \text{ح} - \{١ ، -١ ، \frac{٥}{٢}\}$

$\text{ن(س)} = \frac{١}{\text{س} + ١} - \frac{٣\text{س} - ٤}{(٢\text{س} - ٥)(\text{س} + ١)}$

$\text{ن(س)} = \frac{٢\text{س} - ٥ - ٣\text{س} + ٤}{(\text{س} + ١)(٢\text{س} - ٥)} = \frac{-\text{س} - ١}{(\text{س} + ١)(٢\text{س} - ٥)}$

$\text{ن(س)} = \frac{-(\text{س} + ١)}{(٢\text{س} - ٥)(\text{س} + ١)} = \boxed{\frac{-١}{٢\text{س} - ٥}}$

٨

$\text{ن(س)} = \frac{\text{س} - ٥}{٢\text{س}^٢ - ١١\text{س} + ١٥} - \frac{\text{س} + ٣}{١٥\text{س} - ١٨ - ٢\text{س}^٢}$

التراكيب

$\text{ن(س)} = \frac{\text{س} - ٥}{٢\text{س}^٢ - ١١\text{س} + ١٥} + \frac{\text{س} + ٣}{٢\text{س}^٢ - ١٥\text{س} + ١٨}$

$= \frac{\text{س} - ٥}{(\text{س} - ٥)(٢\text{س} - ٣)} + \frac{\text{س} + ٣}{(٢\text{س} - ٣)(\text{س} - ٦)}$

$\text{مج} = \text{ح} - \{\frac{٣}{٢} ، ٥ ، ٦\}$

$\text{ن(س)} = \frac{١}{٢\text{س} - ٣} + \frac{\text{س} + ٣}{(٢\text{س} - ٣)(\text{س} - ٦)}$

$= \frac{\text{س} - ٦ + \text{س} + ٣}{(٢\text{س} - ٣)(\text{س} - ٦)} = \frac{٢\text{س} - ٣}{(٢\text{س} - ٣)(\text{س} - ٦)}$

$= \boxed{\frac{١}{\text{س} - ٦}}$

٥) $\frac{س^2-4س-5}{س^2-5س}$ اذا كانت $ن(س) =$

اوجد ① $ن^{-1}(س)$ وعين مجالها ② $ن^{-1}(-1)$

③ اذا كانت $ن^{-1}(س) = \frac{1}{3}$ اوجد قيمة $س$

الحل

$$ن(س) = \frac{س(س^2-4س-5)}{(س-5)(س+5)} = \frac{س(س-5)(س+1)}{(س+5)(س-5)}$$

$$ن^{-1}(س) = \frac{(س+5)(س-5)}{س(س-5)(س+1)} = \frac{س+5}{س(س+1)}$$

مجال $ن^{-1}(س) = ح - \{$ صفر، -1، 5، $-5\}$

$ن^{-1}(-1)$ ليس لها وجود ∵

$$\frac{1}{3} = \frac{س+5}{س(س+1)} \Leftarrow \frac{1}{3} = ن^{-1}(س)$$

$$س^2+س = 3س+15 \Leftarrow$$

$$س^2-2س-15 = صفر \Leftarrow (س-5)(س+3) = صفر$$

$س = 5$ مرفوض لماذا؟ $\therefore س = -3$

تذكر أن: $\frac{أ}{ب} \div \frac{ج}{د} = \frac{أ}{ب} \times \frac{د}{ج}$

---

٦) اختصر لأبسط صورة

$$ن(س) = \frac{س^2-9}{س^2-2س-15} \div \frac{س^2-10س+9}{س^2-س-10}$$

الحل

$$ن(س) = \frac{(س-3)(س+3)}{(س-5)(س+3)} \times \frac{(س-5)(س-2)}{س(س-3)(س-2)}$$

$$= \frac{1}{س}$$

$$\text{المميز} = ب^2-4أجـ = 4+20 = 24 > صفر$$

(٧) $ن(س) = \frac{س^2 - ٢س - ٢٧}{س^2 - ٩} \div \frac{س^2 + ٢س + ٩}{س^2 + ٥س + ٦}$

$= \frac{س^2 - ٢س - ٢٧}{س^2 - ٩} \times \frac{س^2 + ٥س + ٦}{س^2 + ٢س + ٩}$

$= \frac{(س - ٣)(س + ٩)}{(س - ٣)(س + ٣)} \times \frac{(س + ٣)(س + ٢)}{(س + ٣)^2}$

$= \frac{س + ٢}{س}$

$\therefore ن(س) = \frac{س + ٢}{س}$

---

(٨) $ن(س) = \frac{س^2 - ٢س - ١٥}{٨س^2 + ٢س - ١٥} \div \frac{س^3 - ٢س^2 - ٣س}{٤س^2 - ١٠س + ٢٥}$

$= \frac{(س - ٥)(س + ٣)}{(٢س + ٥)(٤س - ٣)} \times \frac{(٤س - ٥)^2}{س(س - ٣)(س + ١)}$

$= \frac{(٤س - ٥)}{(٢س + ٥)(س + ١)}$

$\therefore ن(س) = \frac{١}{س + ١}$

---

(٩) إذا كان $\frac{س^2 + ٢س}{س^2 - ٢س + ن}$ يمكن كتابتها على صورة $\frac{س + ٤}{س}$

أوجد قيمة ن ثم أوجد مجال الكسر الذي يمثل الدالة

$\therefore \frac{س^2 - ٢س + ن}{س(س + ٢)} = \frac{س + ٤}{س}$

$\therefore س^2 - ٢س + ن = (س - ٤)(س + ٢) = س^2 - ٢س - ٨$

$\therefore ن = -٨$

ومجال الدالة $= ح - \{٠، ٤\}$